

5 Термодинамика

Основные формулы и законы

5.1 Молярная теплоемкость

$$C_{\mu} = \frac{dQ}{\nu dT} = \frac{dQ}{m dT} \mu$$

5.2 Удельная теплоемкость

$$C = \frac{dQ}{m dT}$$

5.3 Молярная теплоемкость:

при $V=const$

$$C_{V\mu} = \frac{i}{2} R$$

при $p=const$

$$C_{P\mu} = \frac{i+2}{2} R$$

5.4 Уравнение Майера

$$C_{P\mu} = C_{V\mu} + R$$

5.5 Внутренняя энергия

$$U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT = \nu C_{V\mu} T$$

5.6 Первое начало термодинамики

$$\delta Q = \delta A + dU$$

5.7 Работа расширения газа:

в общем случае

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

в изобарическом процессе ($p=const$)

$$A = p(V_2 - V_1)$$

в изотермическом процессе ($T=const$)

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

в адиабатическом процессе

$$A = \frac{m}{\mu} C_V (T_1 - T_2) = \frac{RT}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]$$

5.8 Показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$$

5.9 Первое начало термодинамики для процесса:

изобарического

$$Q = \Delta U + A = \frac{m}{\mu} C_{V\mu} \Delta T + \frac{m}{\mu} R \Delta T = \frac{m}{\mu} C_{P\mu} \Delta T$$

изохорического

$$(A=0) \quad Q = \Delta U = \frac{m}{\mu} C_{V\mu} \Delta T$$

изотермического	$(\Delta U=0) \quad Q=A=\frac{m}{\mu}RT \ln \frac{V_2}{V_1}$
адиабатического	$(dQ=0) \quad A=-\Delta U=-\frac{m}{\mu}C_{V\mu}\Delta T$

5.10 Термический коэффициент полезного действия (КПД) цикла

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1}$$

5.11 КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad \text{или} \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

5.12 Изменение энтропии $\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$

5.2 Примеры решения задач

Задача 1. Определить показатель адиабаты идеального газа, который при температуре 350К и давлении 0,4 МПа занимает объем 300л и имеет теплоемкость $C_V=857$ Дж/К.

Решение.

$T=350\text{К}$ $p=0,4\text{МПа}=0,4 \cdot 10^6\text{Па}$ $V=300 \text{ л}=300 \cdot 10^{-3}\text{м}^3$ $C_V=857\text{Дж/К}$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> $\gamma-?$	Показатель адиабаты равен $\gamma = \frac{i+2}{i}$ где i - число степеней свободы молекулы. По определению теплоемкость газа $C_V = \frac{Q}{\Delta T}$ Молярная теплоемкость газа $C_{V\mu} = \frac{Q}{\nu \Delta T} = \frac{C_V}{\nu}$
---	---

Из уравнения Клапейрона-Менделеева найдем количество вещества $\nu = \frac{pV}{RT}$

тогда $C_{V\mu} = \frac{C_V}{\nu} RT$. С другой стороны $C_{V\mu} = \frac{i}{2} R$, откуда $i = \frac{2C_V T}{pV}$.

Анализ единиц: $[i] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{(\text{Н/м}^2) \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Н} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Н} \cdot \text{м}} = 1$

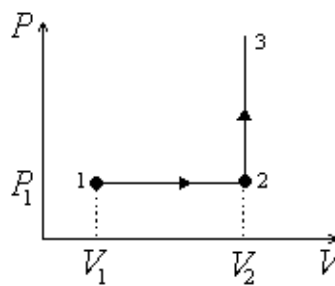
Вычисления: $i = \frac{2 \cdot 857 \cdot 350}{0,4 \cdot 10^6 \cdot 300 \cdot 10^{-3}} = 5; \quad \gamma = \frac{5+2}{5} = 1,4$

Ответ: $\gamma = 1,4$

Задача 2. Кислород массой 200 г занимает объем 100 л и находится под давлением 200 кПа. При нагревании газ расширился при постоянном давлении до объема 300л, а затем его давление возросло до 500 кПа при неизменном объеме. Найти изменение внутренней энергии газа, совершенную газом работу и теплоту, переданную газу.

Решение.

$$\begin{aligned}
 m &= 200 \text{ г} = 0,2 \text{ кг} \\
 V_1 &= 100 \text{ л} = 0,1 \text{ м}^3 \\
 p_1 &= 200 \text{ кПа} = 2 \cdot 10^5 \text{ Па} \\
 V_2 &= 300 \text{ л} = 0,3 \text{ м}^3 \\
 p_2 &= 500 \text{ кПа} = 5 \cdot 10^5 \text{ Па} \\
 \mu &= 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}
 \end{aligned}$$



Процесс 1-2-изобарический при $p_1 = \text{const}$.
 Работа, совершаемая газом $A_{12} = p_1(V_2 - V_1)$
 Изменение внутренней энергии $\Delta U_{12} = \frac{m}{\mu} C_{V\mu}(T_2 - T_1)$

ΔU -? A -? Q -?

Из уравнения Клапейрона-Менделеева

$$T_1 = \frac{p_1 V_1 \mu}{mR} \quad \text{и} \quad T_2 = \frac{p_2 V_2 \mu}{mR}$$

Тогда

$$\Delta U_{12} = \frac{m}{\mu} C_{V\mu} \frac{\mu p_1}{mR} (V_2 - V_1) = \frac{C_{V\mu}}{R} (V_2 - V_1)$$

Согласно первому началу термодинамики

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = p_1 (V_2 - V_1) + \frac{C_{V\mu}}{R} p_1 (V_2 - V_1) = p_1 (V_2 - V_1) \cdot \frac{R + C_{V\mu}}{R} = p_1 (V_2 - V_1) \frac{C_{P\mu}}{R}$$

Процесс 2-3 - изохорический при $V_2 = \text{const}$.

$$A_{23} = 0; \quad Q_{23} = \Delta U; \quad \Delta U_{23} = \frac{m}{\mu} C_{V\mu} (T_3 - T_2)$$

Из уравнения Клапейрона-Менделеева температура газа в состоянии 3:

$$T_3 = \frac{p_2 V_2 \mu}{mR}$$

$$\Delta U_{23} = C_{V\mu} \frac{m}{\mu} \frac{V_2 \mu}{mR} (p_2 - p_1) = \frac{C_{V\mu}}{R} V_2 (p_2 - p_1)$$

Полное изменение внутренней энергии:

$$\begin{aligned}
 \Delta U &= \Delta U_{12} + \Delta U_{23} = \frac{C_{V\mu}}{R} p_1 (V_2 - V_1) + \frac{C_{V\mu}}{R} V_2 (p_2 - p_1) = \\
 &= \frac{C_{V\mu}}{R} [p_1 (V_2 - V_1) + V_2 (p_2 - p_1)] = \frac{i}{2} [p_1 (V_2 - V_1) + V_2 (p_2 - p_1)]
 \end{aligned}$$

Работа, совершенная газом $A = A_{12} = p_1 (V_2 - V_1)$

Количество теплоты, сообщенное газу

$$Q = Q_{12} + Q_{23} = p_1(V_2 - V_1) \frac{C_{p\mu}}{R} + V_2(p_2 - p_1) \frac{C_{V\mu}}{R} =$$

$$= [C_{p\mu} p_1 (V_2 - V_1) + C_{V\mu} V_2 (p_2 - p_1)] / R = \frac{i+2}{2} p_1 (V_2 - V_1) + \frac{i}{2} V_2 (p_2 - p_1)$$

Анализ единиц:

$$[U] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{Па} \cdot \text{м}^3}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{Дж}} = \text{Па} \cdot \text{м}^3 = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^2} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}$$

$$[A] = \text{Па} \cdot \text{м}^3 = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^2} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}$$

Вычисления:

$$\Delta U = \frac{5(2 \cdot 10^5 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 3 \cdot 10^5)}{2} = 3,25 \cdot 10^5 \text{ Дж} = 0,325 \text{ МДж}$$

$$A = 2 \cdot 10^5 \cdot 0,2 = 0,4 \cdot 10^5 \text{ Дж} = 0,04 \text{ МДж}$$

$$Q = \frac{7 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 0,2 + 5 \cdot 0,3 \cdot 3 \cdot 10^5}{2} = 3,65 \cdot 10^5 \text{ Дж} = 0,365 \text{ МДж}$$

$$Q = A + \Delta U = 0,325 + 0,04 = 0,365 \text{ МДж}$$

Ответ: $\Delta U = 0,325 \text{ МДж}$; $A = 0,04 \text{ МДж}$; $Q = 0,365 \text{ МДж}$.

Задача 3. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Температура теплоотдатчика $T_1 = 500 \text{ К}$, температура теплоприемника $T_2 = 250 \text{ К}$. Определить термический КПД цикла, а также работу A_1 рабочего вещества при изотермическом расширении, если при изотермическом сжатии совершена работа $A_2 = 70 \text{ Дж}$.

Решение.

$T_1 = 500 \text{ К}$	Термический КПД цикла Карно определяем по формуле:
$T_2 = 250 \text{ К}$	
$A_2 = 70 \text{ Дж}$	
$\eta = ?$ $A_1 = ?$	Т.к. процессы расширения и сжатия газа - изотермические, то $A_1 = Q_1$, $A_2 = Q_2$.

КПД тепловой машины определим по формуле: $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$

$$\eta Q_1 = Q_1 - Q_2; \quad Q_1(1 - \eta) = Q_2; \quad Q_1 = \frac{Q_2}{1 - \eta} \quad \text{или} \quad A_1 = \frac{A_2}{1 - \eta}$$

Вычисления: $\eta = \frac{500 - 250}{500} = 0,5 = 50\%$; $A_1 = \frac{70}{1 - 0,5} = 350 \text{ Дж}$.

Ответ: $\eta = 50\%$; $A_1 = 350 \text{ Дж}$.

Задача 4. Водород массой 100г был изобарически нагрет так, что его объём увеличился в $n=3$ раза, затем водород был изохорически охлаждён так, что давление его уменьшилось в $n=3$ раза. Найти изменение энтропии в ходе этих процессов.

Решение.

$m=100 \text{ г} = 0,1 \text{ кг}$ $\mu=2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ $V_2=nV_1$ $p_2=p_1/n$ $n=3$ <hr/> $\Delta S=?$	Изменение энтропии выражается формулой $\Delta S = \int \frac{dQ}{T}$ При изобарическом процессе $dQ_{12} = \frac{m C_{P\mu} dT}{\mu}$
---	--

$$\Delta S' = S_2 - S_1 = \int_{T_2}^{T_3} \frac{m}{\mu} C_{P\mu} \frac{dT}{T} = \frac{m}{\mu} C_{P\mu} \ln \frac{T_3}{T_2}; \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad \text{ИЛИ} \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = n$$

Тогда
$$\Delta S' = S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu} C_{P\mu} \ln n$$

При изохорическом процессе $dQ_{23} = \frac{m}{\mu} C_{V\mu} dT$ и

$$\Delta S'' = S_3 - S_2 = \int_{T_2}^{T_3} \frac{m}{\mu} C_{V\mu} \frac{dT}{T} = \frac{m}{\mu} C_{V\mu} \ln \frac{T_3}{T_2}; \quad \frac{P_1}{T_2} = \frac{P_2}{T_3} \quad \text{ИЛИ} \quad \frac{T_3}{T_2} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{n}$$

$$\Delta S'' = S_3 - S_2 = \frac{m}{\mu} C_{V\mu} \ln \frac{1}{n} = -\frac{m}{\mu} C_{V\mu} \ln n.$$

Полное изменение энтропии
$$\Delta S = \Delta S' + \Delta S'' = \frac{m}{\mu} (C_{P\mu} - C_{V\mu}) \ln n = \frac{m}{\mu} R \ln n;$$

Анализ единиц:
$$[\Delta S] = \frac{\text{кг}}{\text{кг}} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} = \frac{\text{Дж}}{\text{К}};$$

Вычисления:
$$\Delta S = \frac{0,1 \cdot 8,31 \cdot \ln 3}{2 \cdot 10^{-3}} = 415,5 \cdot 1,1 = 456 \text{ Дж/К}.$$

Ответ: $\Delta S = 456 \text{ Дж/К}.$

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблица А1 Основные физические постоянные

Физические постоянные	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	$9,81\text{ м/с}^2$
Гравитационная постоянная	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	$8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Элементарный заряд	e	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Скорость света в вакууме	c	$3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Электрическая постоянная	ε_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Постоянная Вина	b	$2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
	c	$1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)$
Постоянная Планка	h	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
	\hbar	$1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постоянная Ридберга	R	$3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$
	R'	$1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Боровский радиус	a_0	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Комптоновская длина волны электрона	λ_c	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Энергия ионизации атома водорода	E_i	$2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$ (13,6 эВ)
Атомная единица массы	1 а.е.м.	$1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя электрона	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ (0,00055 а.е.м.)
Масса покоя протона	m_p	$1,672 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ (1,00728 а.е.м.)
Масса покоя нейтрона	m_n	$1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ (1,00867 а.е.м.)
Масса покоя α -частиц	m_α	$6,64 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ (4,00149 а.е.м.)

Таблица А2 Соотношение между внесистемными единицами и единицами СИ

$1 \text{ л} = 10^{-3} \text{ м}^3$ $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ $1 \text{ мм.рт.ст.} = 133 \text{ Па}$
 $1 \text{ атм} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$ $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$

Таблица А3 Молярная масса, эффективный диаметр молекул некоторых газов

Газ	$\mu \cdot 10^{-3}$, кг/моль	$d \cdot 10^{-10}$, м	Газ	$\mu \cdot 10^{-3}$, кг/моль	$d \cdot 10^{-10}$, м
Водород	2	2,3	Аргон	40	3,5
Гелий	4	1,9	Воздух	29	2,7
Азот	28	3,0	Углекислый газ	44	
Кислород	32	2,7	Пары воды	18	3,0
Неон	20				

Таблица А4 Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость ϵ	Вещество	Проницаемость ϵ
Вода	81	Слюда	7
Парафин	2	Кварц	4,5
Стекло	7	Воск	3

Таблица А5 Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное сопротивление, Ом·м	Металл	Удельное сопротивление, Ом·м
Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$	Алюминий	$2,53 \cdot 10^{-8}$
Железо	$9,8 \cdot 10^{-8}$	Серебро	$1,6 \cdot 10^{-8}$
Нихром	$1,1 \cdot 10^{-6}$	Свинец	$2,2 \cdot 10^{-8}$

Таблица А6 Показатель преломления

Вещество	Показатель	Вещество	Показатель
Алмаз	2,42	Глицерин	1,44
Вода	1,33	Стекло	1,50

Таблица А7 Работа выхода электронов

Металл	$A \cdot 10^{-19}$ Дж	A , эВ	Металл	$A \cdot 10^{-19}$ Дж	A , эВ
Вольфрам	7,2	4,5	Рубидий	3,4	2,1
Калий	3,5	2,2	Серебро	4,7	7,5
Литий	3,7	2,3	Цезий	3,2	2,0
Натрий	4,0	2,5	Цинк	6,4	4,0
Платина	10,1	6,3			

Таблица А8 Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименование

Приставка		Множитель	Приставка		Множитель
Наименование	Обозначение		Наименование	Обозначение	
Гига	Г	10^9	деци	д	10^{-1}
Мега	М	10^6	санتي	с	10^{-2}
Кило	к	10^3	милли	м	10^{-3}
			микро	мк	10^{-6}
			нано	н	10^{-9}
			пико	п	10^{-12}